

Глава 4. Обоснование возможности использования «асимптотической коррекции» при регенерации электрических цифровых сигналов

4.1. Введение

Современная Всемирная сеть связи (World wide communication network), представляющая совокупность всех взаимоувязанных сетей связи на земном шаре, функционирует на основе цифровых методов передачи сигналов между элементами сети. Цифровые сигналы передаются по сети связи в виде оптических или электрических импульсных посылок с фиксированной длительностью и постоянной частотой следования. При этом направляющая среда любой формы или конфигурации в виде оптических волокон или электрических проводов характеризуется полосно-ограниченными передаточными характеристиками или, другими словами, финитными функциями в частотной области. В этом случае импульсные посылки конечной длительности на выходе направляющей системы искажаются по форме и их длительность стремится к бесконечности [1]. Искажения передаваемых импульсных сигналов приводит к межсимвольным помехам, при их приеме и, как одно из следствий, к ограничению дальности связи. Степень искажения цифровых импульсных сигналов при передаче их по полосно-ограниченным направляющим системам определяется формой импульсной реакции соответствующей системы. Известно [1], что при посимвольном приеме со стробированием, межсимвольных помех можно избежать, если импульсная реакция имеет вид:

$$f(t) = A \frac{\sin \Omega_0 t}{t},$$

где A – постоянная; $\Omega_0 = 2\pi/T_0$ – частота, определяемая периодом следования символов цифровой информации T_0 .

Стробирование производится в моменты времени, когда функция вида $\sin x/x$ обращается в ноль. Однако такой импульсной реакцией обладает полосно-ограниченная линейная система в виде идеального фильтра нижних частот (ФНЧ), с частотой Ω_0 среза, который физически нереализуем.

Нижеследующее утверждение доказывает, что для любой физической реализуемой полосно-ограниченной линейной системы (с передаточной функцией $F(\omega)$ в виде ФНЧ), можно сформировать импульсную реакцию, «хвост» которой асимптотически имеет вид функции $\sin x/x$.

4.2. Асимптотическое поведение импульсных реакций полосо-ограниченных линейных систем

Доказательство базируется на теореме Нудельмана-Попова [2], которая формулируется следующим образом.

Теорема. Пусть $F(\omega)$ – ограниченная, равная нулю вне интервала $(-\Omega, \Omega)$ передаточная функция, дифференцируемая $n - 1$ раз, причем $F(\pm\Omega) = F^1(\pm\Omega) = \dots = F^{(n-2)}(\pm\Omega) = 0$, а $F^{(n-1)}(\omega)$ кусочно-непрерывна и на интервалах непрерывности дифференцируема. Тогда при $|t| \rightarrow \infty$ асимптотическое представление для $f(t)$ импульсной реакции имеет вид:

$$f(t)_{\text{ас}} = \begin{cases} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\pi t^n} \sum_{j=0}^k |C(\Omega_j)| \sin \Omega_j (t - \varphi(\Omega_j)/\Omega_j), & n = 2l + 1; \\ \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{\pi t^n} \sum_{j=0}^k |C(\Omega_j)| \cos \Omega_j (t - \varphi(\Omega_j)/\Omega_j), & n = 2l, \end{cases} \quad (4.1)$$

где $\pm\Omega_j$ ($j = 0, 1, \dots, k$) – точки разрыва (первого рода) $F^{(n-1)}(\omega)$;

$$\begin{aligned} C(\pm\Omega_j) &= F^{(n-1)}(\pm\Omega_j + 0) - F^{(n-1)}(\pm\Omega_j - 0) = \\ &= \left[\operatorname{Re} F^{(n-1)}(\pm\Omega_j + 0) - \operatorname{Re} F^{(n-1)}(\pm\Omega_j - 0) \right] + \\ &+ j \left[\operatorname{Im} F^{(n-1)}(\pm\Omega_j + 0) - \operatorname{Im} F^{(n-1)}(\pm\Omega_j - 0) \right] - \text{величина скачка} \\ &F^{(n-1)}(\omega) \text{ в точках разрыва;} \end{aligned}$$

$$\varphi(\Omega_j) = -\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} C(\Omega_j)}{\operatorname{Re} C(\Omega_j)}.$$

Доказательство.

Воспользуемся связью между импульсной реакцией и скачками передаточной функции и ее производных, которая применялась, например, в [3], для оценки скорости убывания спектров импульсов при $|\omega| \rightarrow \infty$. Для этого представим $F^{(n-1)}(\omega)$ в виде суммы разрывной (кусочно-постоянной) $F_p^{(n-1)}(\omega)$ и непрерывной $F_H^{(n-1)}(\omega)$ функций (см. рис. 4.1), где $F^{(n-1)}(\omega)$ – вещественна, n – четно:

$$F^{(n-1)}(\omega) = F_p^{(n-1)}(\omega) + F_H^{(n-1)}(\omega).$$

При этом одна из функций, например, $F_p^{(n-1)}(\omega)$ определяется с точностью до постоянного слагаемого

Далее находим

$$\begin{aligned} F^{(n)}(\omega) &= \frac{d}{d\omega} F_p^{(n-1)}(\omega) + \frac{d}{d\omega} F_H^{(n-1)}(\omega) = \\ &= \sum_{j=0}^k \left[C(-\Omega_j) \delta(\omega + \Omega_j) + C(\Omega_j) \delta(\omega - \Omega_j) \right] + \frac{d}{d\omega} F_H^{(n-1)}(\omega), \end{aligned}$$

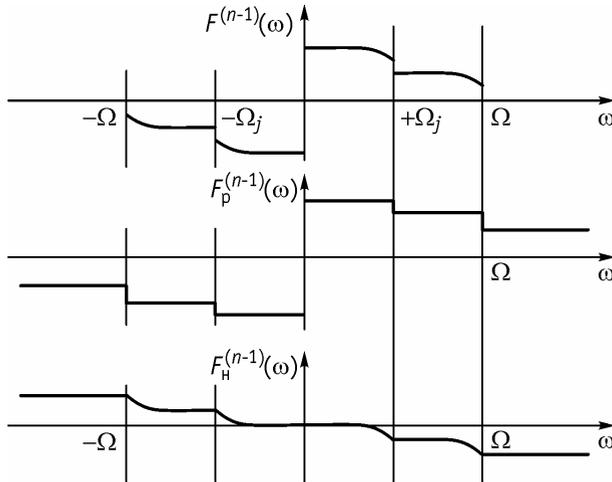


Рис. 4.1. Представление $F^{(n-1)}(\omega)$ в виде суммы разрывной $F_p^{(n-1)}(\omega)$ и непрерывной $F_H^{(n-1)}(\omega)$ функций

где $\delta(\omega \pm \Omega_j)$ – смещенная импульсная функция частоты;

$\frac{d}{d\omega} F_H^{(n-1)}(\omega)$ – ограниченная функция.

Воспользовавшись последним соотношением, получаем

$$\begin{aligned}
 (-it)^n f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F^{(n)}(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} \sum_{j=0}^k [C(-\Omega_j) \delta(\omega + \Omega_j) + C(\Omega_j) \delta(\omega - \Omega_j)] e^{j\omega t} d\omega + \quad (4.2) \\
 &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} \frac{d}{d\omega} F_H^{(n-1)}(\omega) e^{j\omega t} d\omega.
 \end{aligned}$$

Второй интеграл в (4.2) убывает при $|t| \rightarrow \infty$ по крайней мере, как $1/t$, в то же время первый интеграл является неубывающей функцией времени:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} \sum_{j=0}^k [C(-\Omega_j) \delta(\omega + \Omega_j) + C(\Omega_j) \delta(\omega - \Omega_j)] e^{j\omega t} d\omega = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=0}^k [C(-\Omega_j) e^{-i\Omega_j t} + C(\Omega_j) e^{i\Omega_j t}]. \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

Поэтому, используя (4.2) и (4.3), пренебрегая членами более высокого порядка малости, находим, что при $|t| \rightarrow \infty$

$$(-it)^n f(t)_{ac} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=0}^k [C(-\Omega_j) e^{-i\Omega_j t} + C(\Omega_j) e^{i\Omega_j t}],$$

откуда следует

$$f(t)_{ac} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sum_{j=0}^k [C(-\Omega_j) e^{-i\Omega_j t} + C(\Omega_j) e^{i\Omega_j t}]}{(-it)^n}. \quad (4.4)$$

Исходя из того, что $\operatorname{Re}F(\omega)$ – четная функция, а $\operatorname{Im}F(\omega)$ – нечетная, нетрудно показать, что

$$C(-\Omega_j) = (-1)^n \overline{C(\Omega_j)}. \quad (4.5)$$

Используя (4.5) и обозначение $\varphi(\Omega_j)$, преобразуем (4.4) к виду

$$\begin{aligned} f(t)_{ac} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\sum_{j=0}^k [(-1)^n |C(\Omega_j)| e^{i\varphi(\Omega_j)} e^{-i\Omega_j t} + |C(\Omega_j)| e^{-i\varphi(\Omega_j)} e^{i\Omega_j t}]}{(-it)^n} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\sum_{j=0}^k |C(\Omega_j)| [e^{i\Omega_j(t-\varphi(\Omega_j)/\Omega_j)} + (-1)^n e^{-i\Omega_j(t-\varphi(\Omega_j)/\Omega_j)}]}{(-it)^n}. \end{aligned}$$

Из этого выражения следует соотношение (4.1).

На основании доказанной теоремы можно сформулировать следующие выводы:

1. «Хвост» импульсной реакции полосно-ограниченной линейной системы описывается выражением (4.1.)

2. В том случае, если передаточная функция $F(\omega)$ имеет разрывы функции или ее производных только на верхней частоте диапазона Ω , «хвост» импульсной реакции обладает эквидистантными нулями, отстоящими друг от друга на время π/Ω (подобно импульсной реакции «идеального фильтра нижних частот»).

3. Если разрыв передаточной функции или одной из ее производных имеет место только на частоте Ω_1 , $k = 1$, то изменением «фазового» параметра скачка $\varphi(\Omega_1)$ можно смещать во времени последовательность эквидистантных нулей «хвоста».

4. В общем случае, когда частоты Ω_j , $j = 1, 2, \dots, k$ не являются кратными, нули «хвоста» импульсной реакции не эквидистантны.

5. В том случае, когда передаточная функция $F(\omega)$ и ее производные не имеют точек разрыва, а частота, $\Omega \rightarrow \infty$ «хвост» импульсной реакции линейной системы является монотонно убывающим и не имеет колебательного характера [4, 5].

4.3. Экспериментальная проверка полученных теоретических результатов

Для проверки выводов теоремы Нудельмана-Попова использовалась лабораторная установка, структурная схема которой приведена на рис. 4.2.

В состав лабораторной установки входят:

- измерительный генератор (ИГ) прямоугольных импульсов с регулируемой частотой и скважностью, например, ОГ 5-87;
- электрический осциллограф (ЭО), отображающий импульсную реакцию измеряемой линейной системы, например, ЭО С1-75;
- фотоаппарат (ФА), фиксирующий форму импульсной реакции измеряемого четырехполюсника;
- измеряемые четырехполюсники (ИЧ);
- фильтр нижних частот (ФНЧ), измерительный фильтр Д-60, входящий в состав измерительного комплекса ЕТ-40Д (для реализации передаточной характеристики полосно-ограниченной линейной системы);
- фазовый контур (ФК), с перестраиваемым по амплитуде максимумом группового времени замедления на частоте среза ФНЧ (для изменения фазового параметра $\varphi(\Omega_{ср})$) (схема в приложении П4.1);
- полосовой фильтр (ПФ), в качестве которого использовался входной сигнал канала ТЧ аппаратуры К-60П, с граничными частотами $0,3 \div 3,4$ кГц (для реализации передаточной функции имеющей две точки разрыва производных);
- кабель связи (КС), строительная длина электрического асимметричного кабеля марки (для имитации передаточной функции не имеющей разрывов производных).

Результаты экспериментальной проверки приведены на рис. 4.3 – 4.6 и подтверждают основные выводы теоремы об асимптотическом поведении импульсных реакций полосно-ограниченных линейных систем:

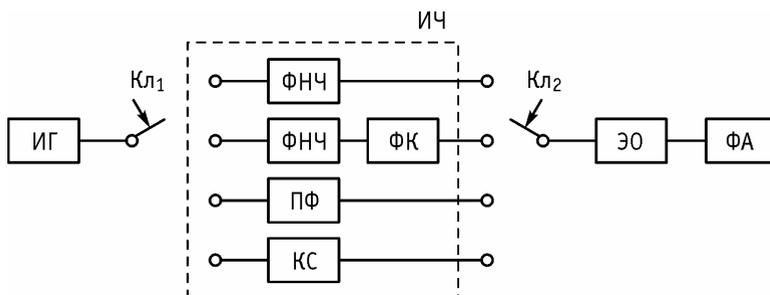


Рис. 4.2. Структурная схема для определения вида импульсных реакций полосно-ограниченных линейных систем

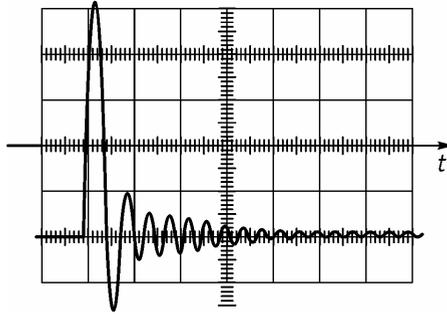


Рис. 4.3. Импульсная реакция ФНЧ с частотой среза Ω_1

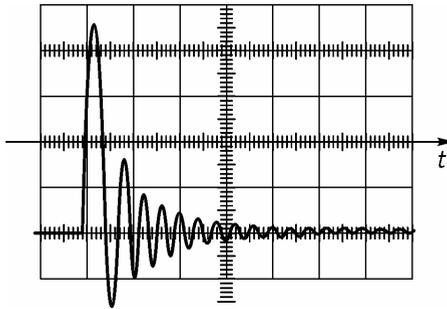


Рис. 4.4. Импульсная реакция ФНЧ и каскадно включенного фазового контура

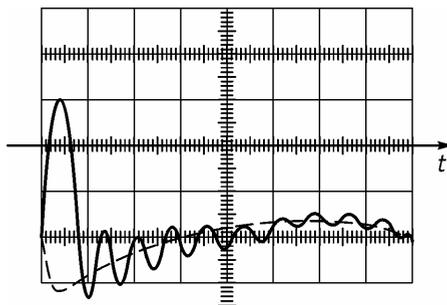


Рис. 4.5. Импульсная реакция канала тональной частоты с полосой частот 0,3-3,4 кГц

1. Импульсная реакция фильтра нижних частот (ФНЧ) с частотой среза $\Omega_{\text{ср}}$ ($\Omega = 2\pi \cdot 60$ кГц) имеет «хвост», обладающий эквидистантными нулями отстоящими друг от друга на время π/Ω .

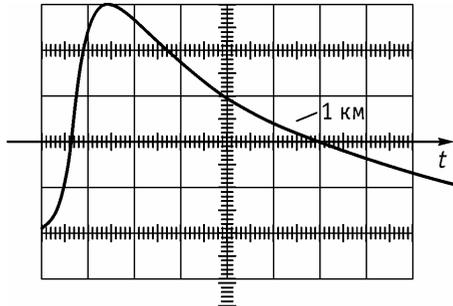


Рис. 4.6. Импульсная реакция на прямоугольный импульс в кабельной линии

2. Изменением фазового параметра на частоте $\varphi(\Omega_{\text{ср}})$, передаточной функции ФНЧ при помощи перестраиваемого фазового контура можно смещать во времени последовательность эквидистантных нулей «хвоста».

Как видно из сравнения рис. 4.3 и 4.4 по вертикальной метке маски осциллографа, смещение «хвостов» импульсной реакции может составлять во времени величину равную $\pi/2\Omega$.

3. Импульсная реакция полосового фильтра, имеющего два разрыва производной передаточной функции на частотах $\Omega_{\text{мин}}$ и $\Omega_{\text{макс}}$, принимает форму, состоящую из двух составляющих, асимптотически имеющих эквидистантные нули с интервалами во времени $\pi/\Omega_{\text{мин}}$ и $\pi/\Omega_{\text{макс}}$, а в сумме, в общем случае, не обладающую эквидистантностью.

Как видно из рис. 4.5 для полосового фильтра с $\Omega_{\text{мин}} = 2\pi \cdot 0,3$ кГц и $\Omega_{\text{макс}} = 2\pi \cdot 3,4$ кГц соотношение периодов двух составляющих импульсной реакции равно 1:11 (также как и соотношение крайних частот).

4. Импульсная реакция симметричного кабеля связи, являющегося четырехполюсником с распределенными параметрами и не имеющего разрывов передаточной функции и ее производной имеет монотонно убывающий характер и не имеет свойств эквидистантности.

Выводы по главе 4

Важным практическим следствием теоремы и вытекающих из нее выводов является формулируемое ниже утверждение. При передаче импульсных сигналов $f_{\text{ис}}(t)$ с частотой следования

$$f_{\tau} = 1/T_0$$

через полосноограниченную линейную систему передаточной функцией $F(\omega)$, имеющей одну точку разрыва (или разрыва ее производной) на частоте Ω_1 можно путем выбора параметров передаточной функции $F(\omega)$ добиться выполнения равенства:

$$\Omega_1 = 2\pi/T_0 .$$

В этом случае «хвост» импульсной реакции полосно-ограниченной линейной системы будет обращаться в ноль через интервал времени π/Ω_1 . Таким образом, при посимвольном приеме со стробированием с частотой f_T в моменты обращения «хвостов» импульсных реакций в ноль, можно избежать межсимвольных помех. Для выполнения условий оптимального приема (максимизации отношения сигнал/помеха) временное положение эквидистантных «хвостов» можно регулировать путем изменения только фазовой характеристики $\varphi(\Omega_1)$ передаточной функции $F(\omega)$ при помощи, например, фазовых контуров, включенных каскадно с линейной системой. Практический пример такой регулировки приведен на рис. 4.3 и рис 4.4.

Приведенные выше рассуждения позволяют сформулировать следующее утверждение: при передаче импульсных сигналов с постоянной скоростью по полосно-ограниченным линейным системам можно сформировать импульсные реакции последних таким образом, чтобы обеспечить минимум межсимвольных помех при приеме с посимвольным стробированием. Такой способ минимизации межсимвольных помех в дальнейшем называется асимптотической коррекцией.

Список литературы

- 4.1. Латхи Б.П. Системы передачи информации. М.: Связь, 1971. – 320 с.
- 4.2. Нудельман П.Я., Попов Г.Н. Об асимптотическом поведении импульсных реакций полосно-ограниченных линейных систем. Радиотехника, т. 33, № 11, ноябрь 1978. – 89-90 с.
- 4.3. Котельников В.А., Николаев А.М. Основы радиотехники, ч 1, М.: Связьиздат, 1950.
- 4.4. Былянский П., Ингрэм Д. Цифровые системы передачи. М.: Связь, 1980. – 360 с.
- 4.5. Попов Г.Н., Лелис Я.Ю. Об особенностях прохождения цифрового сигнала по коаксиальным кабелям. Тезисы доклада. Региональная НТК, Новосибирск, 1980.
- 4.6. Попов Г.Н., Бондарев А.В. Исследование возможности использования асимптотической коррекции в многоканальных системах передачи с временным разделением каналов. Тезисы доклада. Областная НТК, Новосибирск, 1989.
- 4.7. Попов Г.Н. О возможности формирования импульсных реакций полосно-ограниченных линейных систем. Деп. рукопись. ВИНИТИ, № 13-В2003, 7 с.
- 4.8. Попов Г.Н., Гусев А.Ю. Некоторые практические аспекты применения асимптотической коррекции. Тезисы доклада. Международный форум, Новосибирск, 2003.
- 4.9. Popov G.N. On a Possibility of Asymptotic Correction of Electric Digital Linear Paths. EDM-2003, Novosibirsk, 2003, pp. 119-122. IEEE Catalog No. 03EX664.
- 4.10. Popov G.N. On a Possibility of Forming Pulse Responses of Band-Limited Linear Systems. IEEE Communications Letter S. (В печати), 8 p.
- 4.11. Хазанов Г.Л. Реализация перестраиваемых активных RLC-фазовых контуров с операционным усилителем. Вопросы радиоэлектроники. Техника проводной связи, 1974, вып. 4.

Приложение П4.1

Принципиальная схема фазового контура для регулировки нулей «хвостов» импульсной реакции. В качестве фазового контура выбрана активная RLC -схема на одном операционном усилителе (рис. П4.1), предложенная в [11], с передаточной функцией

$$T(p) = \frac{p^2 LC - p R_3 C \frac{R_2}{R_1} + 1}{p^2 LC + p R_3 C + 1}.$$

При $R_2 = R_1$ схема является фазовым контуром. На резонансной частоте $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ максимум группового времени замедления равен: $t_{гр0} = 4L/R_3$. Таким образом, величину ГВЗ на частоте ω_0 можно перестраивать только одним элементом – сопротивлением R_3 , а частота ω_0 при этом перестраивается емкостью C , не меняя величину ГВЗ (рис. П4.2). При этом желательно иметь всплеск характеристики КВЗ как можно более узким, чтобы исключить влияние изменения ФЧХ в полосе пропускания ФНЧ_{пр}, а, значит, минимально исказить импульсную реакцию $g(t)$ в области ее главного значе-

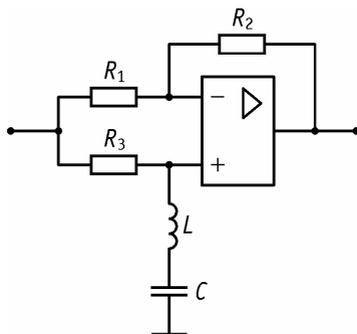


Рис. П4.1. Схема активного RLC -звена с одним операционным усилителем

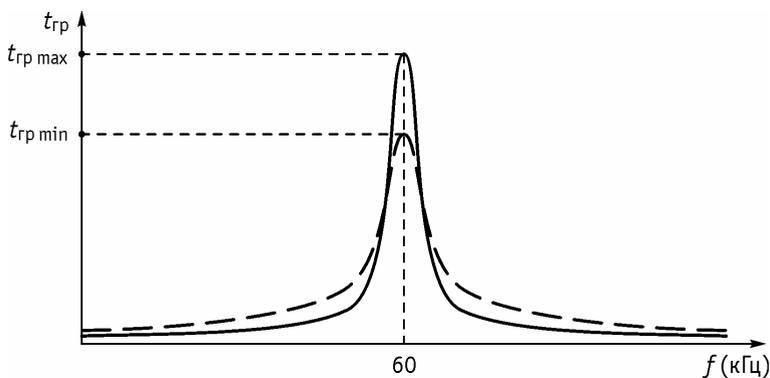


Рис. П4.2. Групповое время замедления перестраиваемого фазового контура

ния. Перестраивая пик КВЗ в пределах от $t_{гр\ min}$ до $t_{гр\ max}$, можно добиться того, что отсчеты «главных значений» импульсных реакций токовых посылок в групповом цифровом сигнале будут братья в нулях «хвоста» импульсных реакций (либо в моменты времени, близкие к ним), тем самым, сведя к минимуму межканальную помеху.

Ниже приведены номинальные значения элементов схемы рис. П4.1 для фазового контура включенного каскадно с фильтром нижних частот Д-60 и предназначенного для регулировки во времени положения нулей «хвостов» импульсной реакции фильтра, как показано на рис. 4.3. и 4.4

$$C = 1000 \text{ пФ};$$

$$L = 14 \text{ мГн};$$

$$R_1 = R_2 = 60 \text{ кОм};$$

$$R_3 = 10 \div 100 \text{ кОм}.$$